

Формули скороченого множення:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - \text{квадрат суми}$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - \text{квадрат різниці}$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) - \text{різниця квадратів}$$

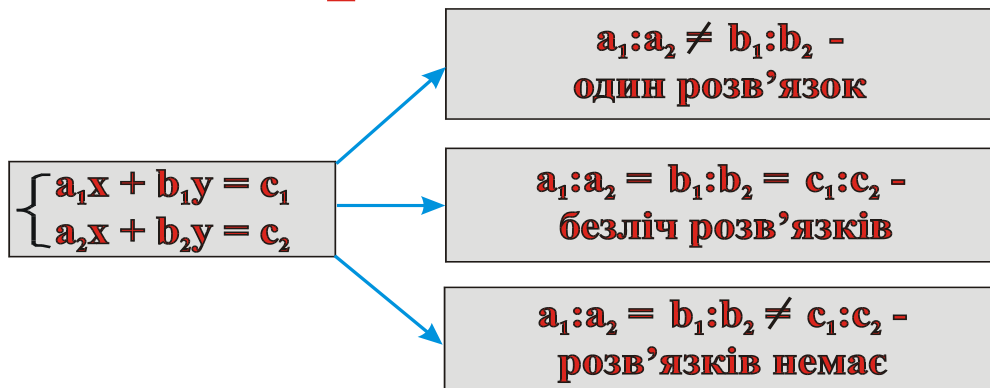
$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) - \text{сума кубів}$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) - \text{різниця кубів}$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - \text{куб суми}$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - \text{куб різниці}$$

Система лінійних рівнянь



Способи розв'язування систем рівнянь

I. Графічний спосіб:

- 1) Виразити y через x в кожному рівнянні
- 2) Побудувати в одній системі координат графік кожного рівняння
- 3) Визначити координати точки перетину
- 4) Записати відповідь: $x = \dots$; $y = \dots$, або $(x; y)$

II. Спосіб підстановки:

- 1) З якого-небудь рівняння виразити одну змінну через другу;
- 2) Підставити отриманий вираз для змінної в друге рівняння і розв'язати його;
- 3) Зробити підстановку знайденого значення змінної і обчислити значення другої змінної;
- 4) Записати відповідь: $x = \dots$; $y = \dots$.

III. Спосіб додавання:

- 1) Зрівняти модулі коефіцієнтів при якій-небудь змінній
- 2) Додати почленно рівняння системи
- 3) Скласти нову систему: одне рівняння нове, друге - одне з старих
- 4) Розв'язати нове рівняння і знайти значення однієї змінної
- 5) Підставити значення знайденої змінної в старе рівняння і знайти значення другої змінної
- 6) Записати відповідь: $x = \dots$; $y = \dots$.

Властивості квадратного кореня

- 1) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 4) $\sqrt{a^2 \cdot b} = |a| \cdot \sqrt{b}$
2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 5) $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 \cdot b}$
3) $\sqrt{a^2} = |a|$ 6) $(\sqrt{a})^2 = a$
7) $a > b > 0 \Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

Винесення множника з-під знака кореня

Якщо $b \geq 0$, то $\sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$$

Внесення множника під знак кореня

Якщо $b \geq 0$, то $a\sqrt{b} = \begin{cases} \sqrt{a^2 b}, & a \geq 0; \\ -\sqrt{a^2 b}, & a < 0 \end{cases}$

$$-2\sqrt{3} = -\sqrt{2^2 \cdot 3} = -\sqrt{12}$$

$$4\sqrt{2} = \sqrt{4^2 \cdot 2} = \sqrt{32}$$

Позбавлення від ірраціональності в знаменнику дробу

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

Формула коренів квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ де } D = b^2 - 4ac \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Теорема Вієта:

Якщо $ax^2 + bx + c = 0$ має корені x_1 і x_2 ($D > 0$), то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Розв'язування нерівностей з модулем

$$|x| < a$$

$$a \leq 0$$

$$\emptyset$$

$$|x| < a$$

$$a > 0$$

$$-a < x < a$$

або

$$\begin{cases} x > -a \\ x < a \end{cases}$$

Розв'язування нерівностей з модулем

$$|x| > a$$

$$a < 0$$

$$x \in R$$

$$|x| > a$$

$$a = 0$$

$$x \neq 0$$

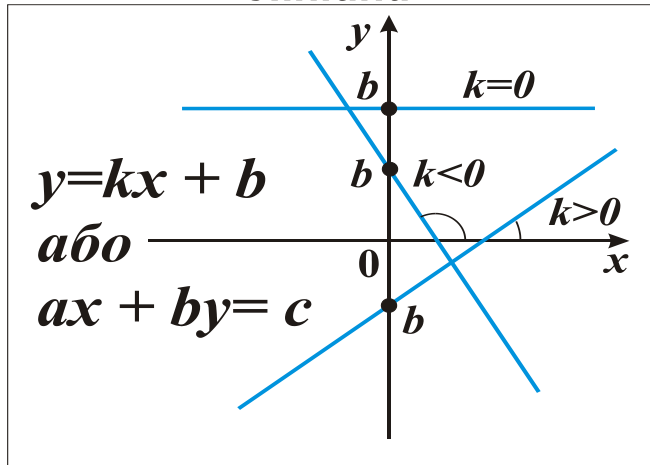
$$a > 0$$

$$\begin{cases} x > a, \\ x < -a \end{cases}$$

Функція

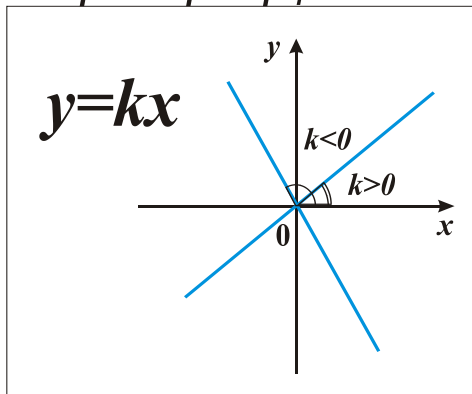
Елементарні функції та графіки

Лінійна



Елементарні функції та графіки

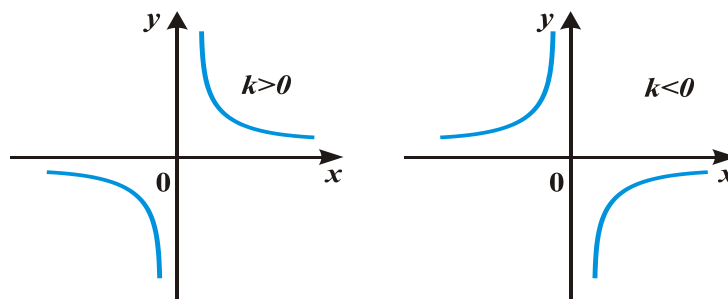
Пряма пропорційність



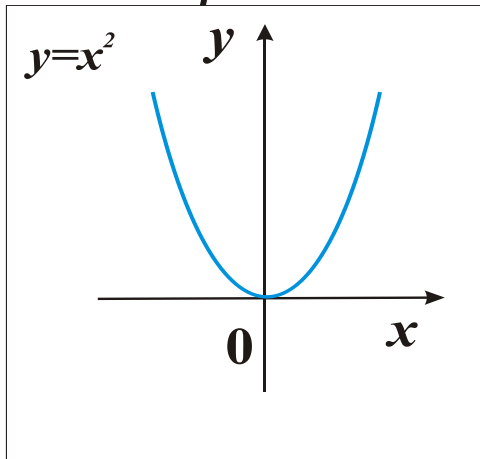
Елементарні функції та графіки

Обернена пропорційність

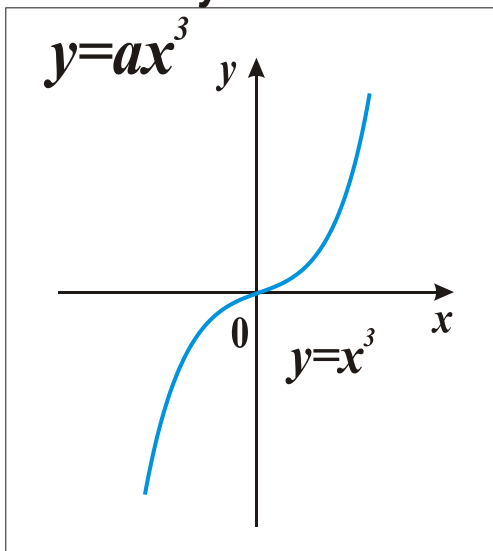
$y = \frac{k}{x}$
або
 $xy = k$



Елементарні функції та графіки
Квадратична

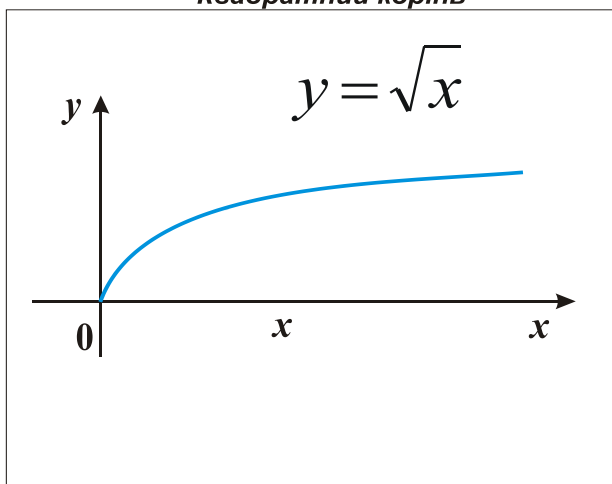


Елементарні функції та графіки
Кубічна



Елементарні функції та графіки

Квадратний корінь



Властивості функції

- 1) $D(f)$
- 2) $E(f)$.
- 3) Нулі функції ($y = 0$)
- 4) Проміжки знакосталості (де $f(x) > 0$ та $f(x) < 0$)
- 5) Проміжки: а) зростання (чим більше x , тим більше y)
б) спадання (чим більше x , тим менше y).
- 6) Парність ($f(-x) = f(x)$) S_{oy} .
- Непарність ($f(-x) = -f(x)$) Z_o .
- 7) Періодичність ($f(x+T) = f(x)$)
- 8) Екстремуми (min, max).
- 9) Поведінка біля критичних точок.
- 10) Графік.

Схема дослідження на монотонність

- 1) Знайти $D(f)$
- 2) Дослідити на знак різницю $f(x_2) - f(x_1)$ для $x_1, x_2 \in D(f)$ ($x_2 > x_1$). Якщо $f(x_2) - f(x_1) > 0$, то функція зростаюча; якщо $f(x_2) - f(x_1) < 0$, то функція сападна.

Схема дослідження на парність або непарність

- 1) Знайти $D(f)$
- 2) Знайти $f(-x)$ і порівняти з $f(x)$:
якщо $f(-x) = f(x)$, $x \in D(f)$, то функція парна;
якщо $f(-x) = -f(x)$, $x \in D(f)$, то функція непарна.

Графік квадратичної функції - парабола

- а) при $a > 0$ - вітки напрямлені вгору
 при $a < 0$ - вітки напрямлені вниз
 б) вершина параболи в точці $(m; n)$

$$m = -\frac{b}{2a}; \quad n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

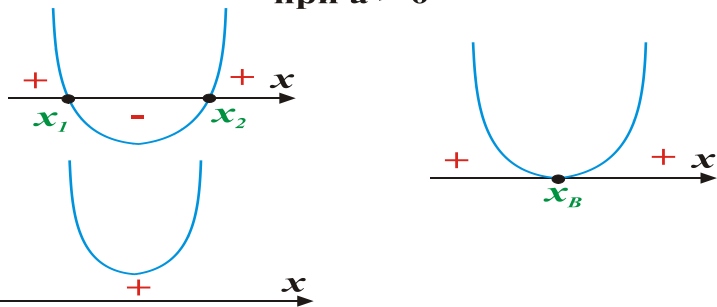
- в) вісь симетрії: $x = m$

Властивості функції

- 1) $D(y) = \mathbf{R}$
 2) $E(y): a > 0 \quad [n ; +\infty)$
 $a < 0 \quad (-\infty ; n]$
 3) Нулі функції ($y = 0$) $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
 4) Зростає $a > 0 \quad (m ; +\infty)$
 $a < 0 \quad (-\infty ; m)$
 Спадає $a > 0 \quad (-\infty ; m)$
 $a < 0 \quad (m ; +\infty)$

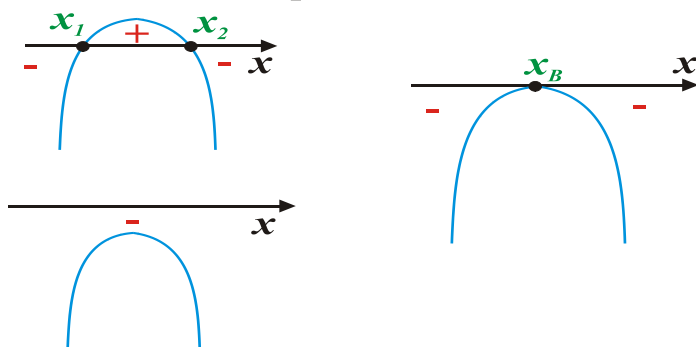
Проміжки знакосталості

при $a > 0$



Проміжки знакосталості

при $a < 0$



Арифметична прогресія

**Формула n -го члена
арифметичної прогресії**

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

**Формули суми перших
 n членів арифметичної прогресії**

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

**Формула n -го члена
геометричної прогресії**

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

**Формули суми перших
 n членів геометричної прогресії**

$$S_n = \frac{b_n q - 1}{q - 1}$$
$$S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

**Формула суми нескінченної
спадної геометричної прогресії**

$$S_n = \frac{b_1}{1 - q}$$